Critère de transition

ou extension de la loi de Moore

par Raoul de Saint Venant

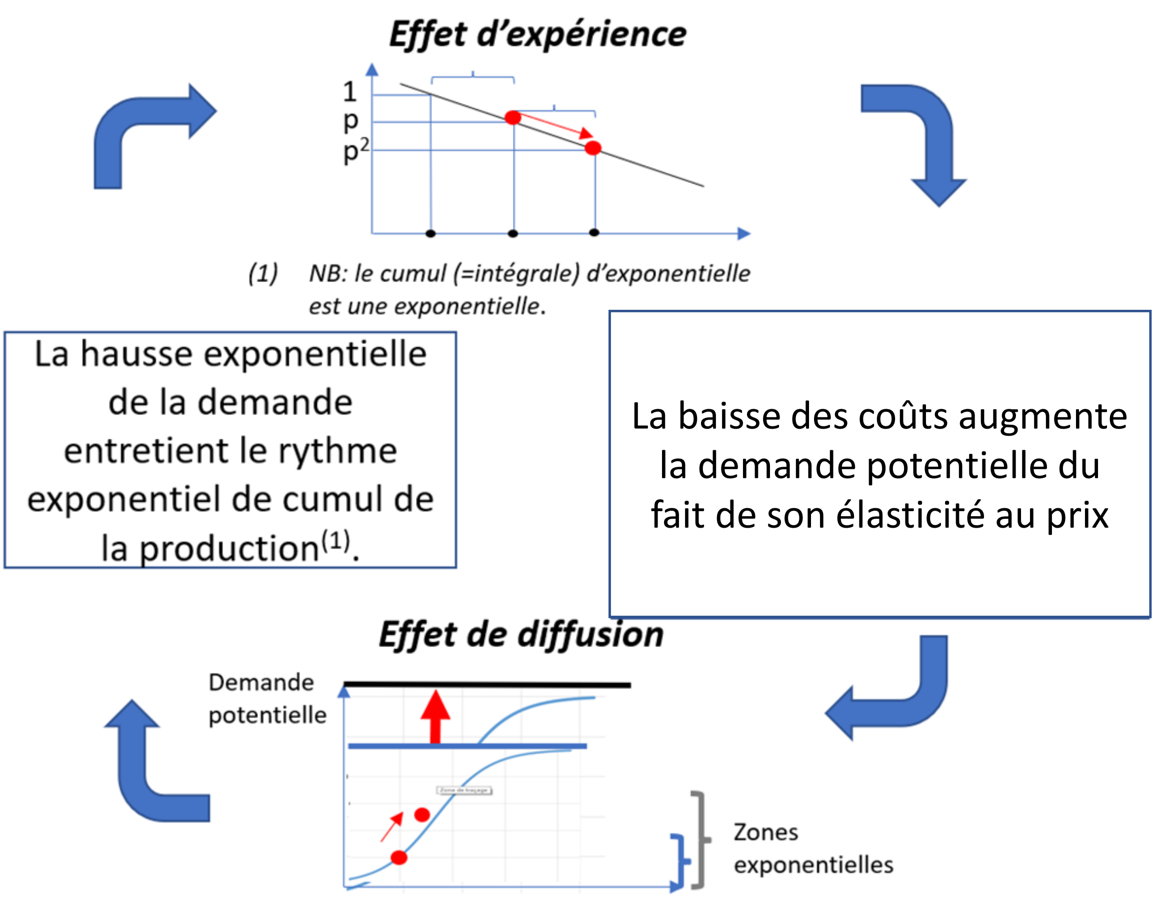
Pour les composants électroniques, la loi de Moore de coefficient x<1 est une croissance des coûts exponentielle, formulée en :

« **division par x des prix tous les 2 ans (**à caractéristiques constantes du circuit) »

Cette relation est observée depuis les années 70 et se maintient jusqu'en 2021, malgré les doutes périodiques émis par certains observateurs

Ce texte modélise les conditions d'établissement d'un tel régime et conclut en proposant un critère pour la sélection des solutions permettant de conduire la transition de systèmes complexes.

Schéma général d'explication de la loi de Moore



~~OOOOO~~

Mise en équation

Ici t est le temps en années, y (volume annuel glissant), Y (volume cumulé), K (demande potentielle annuelle), c sont des fonctions du temps ; p, r et α sont des constantes mesurées ; p et n sont liés au produit, r est lié à la demande du marché, α est déterminée par la politique économique générale. On suppose y=1, Y = 1 si t =0

- Effet d'expérience : coût unitaire vs production cumulée (loi puissance) :

(1) $c = n*Y^{\wedge-\delta}$ où c= coût unitaire, $\delta = -\log(p)/\log(2) > 0$ avec p = pente d'expérience > 0 et <1), n cste >0

- Effet logistique : pénétration d'un produit sur un marché (courbe en S) :

(2) y = r*Y(1-Y/K) où r = vitesse de diffusion annuelle

- Elasticité de la demande potentielle au prix :

(3) dK/K = - α*dc/c où α>0 coefficient d'élasticité de la demande au prix, par hypothèse α>1 => $K= q*c^{\wedge-\alpha}$ (q coefficient >0 d'ajustement).

On suppose :

- α constant sur les années à venir, ce qui suppose un potentiel accessible suffisant (=après toutes baisses des prix)
- le prix après subvention égal au coût à un coefficient multiplicatif près ;
- $q > n^{\wedge\alpha}$ ce qui implique K{Y=1} > 1) donc un marché potentiel initial minima. (Nb : si Y=1, (1) c_1= n, (3) $K_{1=}$ $q*c_1^{\wedge-\alpha}$ alors $q > n^{\wedge\alpha}$ <=> K_1* $n^{\wedge\alpha}$> $n^{\wedge\alpha}$ <=> K_1 >1)

~~OOOOO~~

Recherche d'une solution satisfaisant le système d'équation :

En préalable on remarque deux cas remarquables :

- *exponentielle*. Si K → ∞ l'équation s'écrit y/Y = r, la solution est une exponentielle représentant une diffusion sans limite) : y = k*e^^{rt} (nb : y = 1 si t = 0)
- *logistique*. Si K= cste, l'équation est celle de la courbe logistique (courbe en S) montrée ci-dessus avec équation : Y = K/(1+a* e^$^{-rt}$) + b rendant compte de la saturation d'un potentiel

'(3) avec (1) s'écrit K = q*c$^{\wedge-\alpha}$ = q*(Y$^{\wedge(\alpha*\delta)}$)*n^$^{-\alpha}$ = **m*Y$^{\wedge(-\beta+1)}$** (en posant β = $-\alpha*\delta+1$ et m = q*n^$^{-\alpha}$ >1)

a) Si β= 0 (c'est-à-dire $\alpha*\delta$= 1) => K= m*Y (La demande potentielle est proportionnelle au volume cumulé)

'2) s'écrit y/Y = r*(1-1/m)

= > log(Y) = r*m*t/(m-1) +c (après intégration ; c cste d'intégration)

=> Y= e^ $^{r*m*t/(m-1)}$ (t= 0=>Y=1 => c= 0)

=> y = r*m*(e^ $^{r*m*t/(m-1)}$)/(m-1), c =p^ $^{r*m*t/((m-1)*\log(2))}$ (à un coefficient multiplicatif prés)

La solution est une exponentielle d'exposant r*m/(m-1) et de loi de Moore avec un coefficient = p^$^{(2r*m)/((m-1)*\log(2))}$

b) si <>0 '(2) s'écrit : 4) y/Y = r*(1- Y$^{\wedge\beta}$/m)

i) si $\alpha > 1/\delta$ => $\beta < 0$ => Y$^{\wedge\beta}$ <0 et → 0

Comme q > n^$^{\alpha}$, $\forall$ c >0, K= q*c^$^{-\alpha}$ > (c/n) $^{\wedge-\alpha}$ = (Y^$^{\alpha*\delta)}$)
En divisant à droite et à gauche par Y > 0,
=>K/Y > Y^$^{\alpha*\delta-1}$ = Y^$^{-\beta}$ > 1 (Y> 1 et β<0)
=> K> Y
=> y'/y = r*(1-y/K) > r*(1-y/Y)

=> Y est minoré par la solution de 'a) et donc non borné

=> si t croit alors Y$^{\wedge\beta}$ tend vers zéro

=> Y et y admettent comme asymptote la *solution exponentielle* :

lorsque t est assez grand y → k*e^^{r*t} et c → p^$^{r*t/\log(2))}$ (à un coefficient multiplicatif prés)

Lorsque t est assez grand (c'est-à-dire qu'on est arrivé au stade de développement) la solution tend vers une solution exponentielle d'exposant r indépendante de α, p et n, qui implique pour les coûts une loi de Moore de coefficient p^$^{(2r)/\log(2))}$ indépendant de α et n. On remarquera toutefois que la convergence est d'autant plus rapide que α est grand.

ii) si $\alpha < 1/\delta \Rightarrow \beta > 0 \Rightarrow$ si $t = 0$, $y'/y = r*(m-1)/m$, $Y^{\wedge\beta} = 1$, $Y^{\wedge\beta} > 0$ et croissant :

Majoration par la solution a)

~~OOOOO~~

Au total :

Existence d'une valeur de seuil α : $\alpha = 1/\delta$ ne dépendant que de la pente d'expérience, telle que :

- si α est supérieur à cette valeur, la solution a pour asymptote une loi exponentielle au coefficient = r, égale à la *solution exponentielle* et indépendante de n, α et p ; cette loi impliquant une loi de Moore pour les coûts. Tout se passe comme si la contrainte de la loi logistique n'était plus effective.
- si α = la valeur de seuil, la solution transite vers une solution instable qui est une exponentielle moins rapide (exposant $= r/(1-r*m) = r/(1- r*q*n^{\wedge-\alpha})$)
- si α est inférieur, elle est majorée par la fonction de transit ci-dessus

Exemples numériques de calcul de la valeur de seuil :

- pour les circuits électroniques p = 70%, $\alpha = 1{,}9$
- pour les panneaux photovoltaïques p = 80%, $\alpha = 3{,}1$

A titre de repère, les élasticités données dans la littérature pour le pain et le thé sont respectivement de 1,4 et 2 alors qu'il s'agit d'activité mûres (donc sans loi de Moore). On notera que les baisses de prix sont ici limitées par des coûts relativement constants.

Pour ce qui concerne les systèmes photovoltaïques, les politiques publiques mondiales (régulations, politiques de commerce extérieur, effort de R&D …) maladroites peuvent affecter la stabilité de ce régime en jouant sur l'élasticité, il est donc nécessaire de s'assurer de leur impact. Par ailleurs le renouvellement du parc ancien ne devrait que peu impacter la trajectoire des ventes (durée de vie >10 ans, pour le moment, donc un volume non significatif).

Plus généralement, progression exponentielle et loi de Moore stables sont susceptibles de se produire pour tout marché suffisamment profond et où l'attente est suffisamment sensible aux prix suivant un seuil dépendant de la seule pente d'expérience des coûts. Ceci peut se résumer en « loi de Moore stable et diffusion sans contrainte sont déclenchées par une demande suffisamment élastique ».

Cette démonstration reste valide en y substituant une notion de performance plus générale que le coût (on combinerait le coût à d'autres critères).

Le seuil $\alpha = 1/\delta$ ne dépendant que de la pente d'expérience, peut servir à la sélection des solutions appelées à contribuer à une transition d'un système quelconque (énergétique ou autre).